3.2 ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΕΣ

Ορισμός: Μια ΓρΑΣ ονομάζεται **κανονική γραμματική ανεξάρτητη συμφραζομένων** αν κάθε κανόνας περιέχει το πολύ μια μεταβλητή, η οποία εμφανίζεται πάντα δεξιά.

Θεώρημα: Μια γλώσσα είναι κανονική αν και μόνον αν μπορεί να παραχθεί από μια κανονική ΓρΑΣ.

3.2.1 Αντιστοιχία Πεπερασμένων Αυτομάτων - Κανονικών ΓρΑΣ

Σύμφωνα με τον προηγούμενο ορισμό, σε μια κανονική ΓρΑΣ οι κανόνες είναι της μορφής:

$$\begin{array}{rcl} A & \to & wB,\ w \in T^* \text{ (μπορεί } A \to B = \varepsilon B\text{)}, \\ A & \to & \sigma,\ \sigma \in T \text{ (μπορεί } A \to \varepsilon\text{)}. \end{array}$$

Έτσι, δοθείσης μιας κανονικής ΓρΑΣ, βρίσκουμε το αντίστοιχο πεπερασμένο αυτόματο ως εξής:

- Κάθε μεταβλητή γίνεται κατάσταση.
- Σε κάθε κανόνα της μορφής $A \to \sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_m B$ αντιστοιχούν οι καταστάσεις $A, K_1, K_2, \ldots, K_m = B$.
- Στους κανόνες $A \to \sigma$ αντιστοιχούν οι καταστάσεις A και F (τελική κατάσταση).
- Η αρχική μεταβλητή γίνεται η αρχική κατάσταση.
- Ο κανόνας $A \to \sigma B$ δίνει τη μετάβαση $A \xrightarrow{\sigma} B$.
- Ο κανόνας $A \to \sigma$ δίνει τη μετάβαση $A \xrightarrow{\sigma} F$.

Αντίστροφα, δοθέντος ενός πεπερασμένου αυτομάτου, βρίσκουμε την αντίστοιχη κανονική ΓρΑΣ ως εξής:

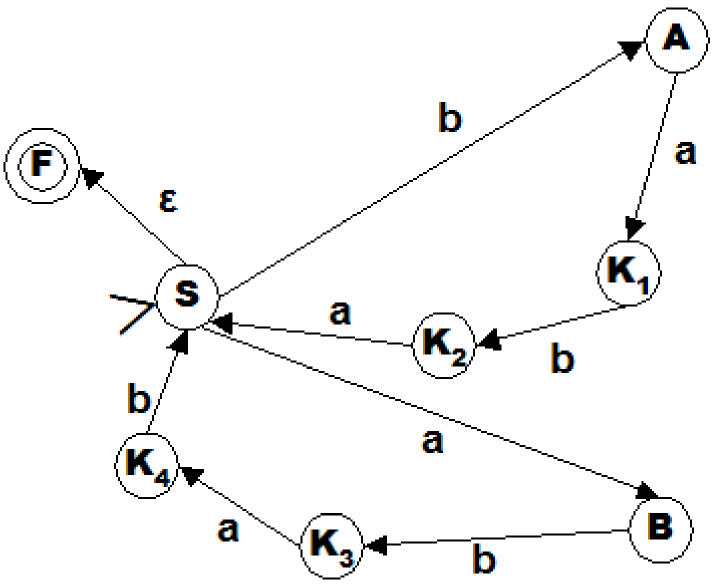
- Όλες οι καταστάσεις (πλήν των τελικών) γίνονται μεταβλητές.
- Η αρχική κατάσταση γίνεται η αρχική μεταβλητή.
- Η μετάβαση $A \xrightarrow{\sigma} B$ δίνει τον κανόνα $A \to \sigma B$.
- Για κάθε τελική κατάσταση F, προστίθεται ο κανόνας $F \to \varepsilon$.

Παράδειγμα 1: Έστω η κανονική γραμματική $G = (V, T, R, S)$:

$$\begin{array}{rcl} V & = & \{S\},\ T\ =\ \{a, b\}, \\ R & = & \{S \to bA|aB|\varepsilon,\ A \to abaS,\ B \to babS\}. \end{array}$$

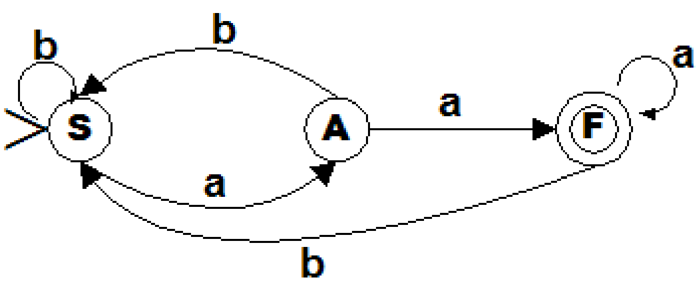
Θα βρούμε την αντίστοιχη κανονική γλώσσα μέσω του αντίστοιχου πεπερασμένου αυτομάτου.

Κανόνες	Μεταβλητές	Μεταβάσεις
$S \to bA$	S, A	$S \xrightarrow{b} A$
$S \to aB$	S, B	$S \xrightarrow{a} B$
$S \to \varepsilon$	S, F	$S \xrightarrow{\varepsilon} F$
$A \to abaS$	A, K_1, K_2, S	$A \xrightarrow{a} K_1 \xrightarrow{b} K_2 \xrightarrow{a} S$
$B \to babS$	B, K_3, K_4, S	$B \xrightarrow{b} K_3 \xrightarrow{a} K_4 \xrightarrow{b} S$



Άρα, $L(G) = (abab + baba)^*$.

Παράδειγμα 2: Να βρεθεί η κανονική γραμματική της γλώσσας που αναγνωρίζεται από το πεπερασμένο αυτόματο:



Μεταβάσεις	Κανόνες
$S \xrightarrow{a} A$	$S \to aA$
$S \xrightarrow{b} S$	$S \to bS$
$A \xrightarrow{a} F$	$A \to aF$
$A \xrightarrow{b} S$	$A \to bS$
$F \xrightarrow{a} F$	$F \to aF$
$F \xrightarrow{b} S$	$F \to bS$
τελική κατάσταση	$F \to \varepsilon$

$$\begin{aligned} G &= (V, T, R, S) \\ V &= \{S, A, F\}, \ T = \{a, b\} \\ R &= \{S \to aA|bS|, \ A \to aF|bS, \ F \to aF|bS|\varepsilon\} \\ \\ L &= \{\text{λέξεις που τελειώνουν σε } aa\} \end{aligned}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Έστω $G = \{V, T, R, S\}$, $V = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ με

   (i) $R = \{S \to aS|bA|b,\ A \to aB,\ B \to aS\}$,

   (ii) $R = \{S \to abA|B|baB|\varepsilon,\ A \to bS|b,\ B \to aS\}$.

   Να βρεθούν οι γλώσσες που παράγονται από τις γραμματικές αυτές μέσω της κατασκευής των αντίστοιχων ΝΠΑ.

2. Να βρεθούν οι κανονικές γραμματικές των παρακάτω γλωσσών μέσω των αντίστοιχων ΝΠΑ:

   (i) $L = a^*b + a$,

   (ii) $L = a^*b + b^*a$,

   (iii) $L = (a^*b + b^*a)^*$,

   (iv) $L = (a + b)^*aba(a + b)^*$,

   (v) $L = (ab)^*b(ba + b)^*$.

3. Έστω $G = \{V, T, R, S\}$, $V = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b\}$ με $R = \{S \to aA|bC,\ A \to aS|bB,\ B \to aC|bA,\ C \to aB|bS|\varepsilon\}$. Να βρεθεί η γλώσσα που παράγεται από την γραμματική αυτή μέσω της κατασκευής του αντίστοιχου ΝΠΑ.